

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Министерство образования, науки и молодежной политики Краснодарского края  
Администрация муниципального образования город-курорт Анапа

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
гимназия «Эврика» муниципального образования город-курорт Анапа имени кавалера ордена  
Красной Звезды, дважды кавалера ордена Ленина Василия Александровича Сухомлинского

УТВЕРЖДЕНО  
Директор  
МБОУ гимназия «Эврика»  
\_\_\_\_\_ Е.В. Попова  
Приказ № \_\_\_\_\_ от  
«\_\_\_» августа 2023 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

курса внеурочной деятельности  
для обучающихся 9 класса  
**«Математика. ОГЭ»**  
на 2023-2024 учебный год

Город-курорт Анапа, 2023

## Пояснительная записка

**Программа разработана в соответствии с ФГОС ООО, утвержденный Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации: «Об утверждении и введении в действие федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» от 17.12.2010 года №1897 в редакции приказа Минобрнауки России от 11.12.2020г. №712**

С учетом ООП МБОУ гимназии «Эврика» и соответствует ПРимерной основной образовательной программе основного общего образования по математике.

Примерная рабочая программа курса внеурочной деятельности «Математика. ОГЭ» разработана в соответствии с требованиями ФГОС ООО, на основе примерной основной образовательной программы основного общего образования (сайт [www.fgosreestr.ru](http://www.fgosreestr.ru)), с учетом примерной программы воспитания (сайт [www.fgosreestr.ru](http://www.fgosreestr.ru)), в соответствии с письмом министерства образования, науки и молодежной политики Краснодарского края от 13.07.2021 № 47-01-13-14546/21 «О составлении рабочих программ учебных предметов и календарно-тематического планирования».

Программа курса внеурочной деятельности предназначена для учащихся 9 классов, рассчитана на 34 часа.

Курс представлен в виде практикума, который позволит систематизировать и расширить знания учащихся в решении задач по математике и позволит начать целенаправленную подготовку к сдаче экзамена.

Экзаменационная работа по математике в новой форме (ОГЭ) состоит из двух частей. Первая часть предполагает проверку уровня обязательной подготовки обучающихся (владение понятиями, знание свойств и алгоритмов, решение стандартных задач).

Вторая часть имеет вид традиционной контрольной работы. Эта часть работы направлена на дифференцированную проверку повышенного уровня математической подготовки обучающихся: владение формально-оперативным аппаратом, интеграция знаний из различных тем школьного курса, исследовательские навыки.

Структура экзаменационной работы и организация проведения экзамена отличаются от традиционной системы аттестации, поэтому и подготовка к экзамену должна быть другой.

Данный курс имеет основное назначение – введение открытой, объективной независимой процедуры оценивания учебных достижений обучающихся, результаты которой будут способствовать осознанному выбору дальнейшего пути получения образования; развивает мышление и исследовательские знания обучающихся; формирует базу общих универсальных приемов и подходов к решению заданий соответствующих типов.

Основной особенностью этого курса является отработка заданий по всем разделам курса математики основной школы: арифметике, алгебре, статистике и теории вероятностей, геометрии.

**Цель курса** - создание условий для формирования и развития у обучающихся навыков анализа и систематизации полученных ранее знаний, подготовка к итоговой аттестации в форме ОГЭ.

### **Задачи курса:**

- ▶ дать ученику возможность проанализировать свои способности;
- ▶ помочь ученику выбрать профиль в дальнейшем обучении в средней школе.
- ▶ Повторить, обобщить и углубить знания по алгебре и геометрии за курс основной общеобразовательной школы.

▶ Расширить знания по отдельным темам курса «Алгебра 5-9» и «Геометрия 7-9».

▶ Выработать умение пользоваться контрольно-измерительными материалами.

Функции элективного курса:

- ▶ ориентация на совершенствование навыков познавательной, организационной деятельности;
- ▶ компенсация недостатков в обучении математике.

Рассчитанная на 34 часа, программа может быть реализована в 9 классах по 1 часу в неделю.

В организации процесса обучения в рамках рассматриваемого курса используются две взаимодополняющие формы: урочная форма и внеурочная форма, в которой учащиеся дома выполняют практические задания для самостоятельного решения.

## **ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

*Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:*

### **1. Патриотическое воспитание:**

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах.

### **2. Гражданское и духовно-нравственное воспитание:**

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.); готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного.

### **3. Трудовое воспитание:**

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений; осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей.

### **4. Эстетическое воспитание:**

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений; умению видеть математические закономерности в искусстве.

**5. Ценности научного познания:** ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; овладением простейшими навыками исследовательской деятельности.

**6. Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:**

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека.

### **7. Экологическое воспитание:**

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды; осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения. Личностные результаты, обеспечивающие адаптацию обучающегося к изменяющимся условиям социальной и природной среды: готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других; необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее не известных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие; способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

*Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика»* характеризуются овладением *универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями.*

1) *Универсальные познавательные действия обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

**Базовые логические действия:**

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные рассуждения;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

**Базовые исследовательские действия:**

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

**Работа с информацией:**

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или формулированным самостоятельно.

2) *Универсальные коммуникативные действия обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

**Общение:**

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных

текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

#### **Сотрудничество:**

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и др.); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) *Универсальные регулятивные действия обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

#### **Самоорганизация:**

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

#### **Самоконтроль:**

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

#### ***Предметные результаты:***

Предметные результаты освоения Примерной рабочей программы по математике представлены по годам обучения в следующих разделах программы в рамках отдельных курсов: в 5—6 классах — курса «Математика», в 7—9 классах — курсов «Алгебра», «Геометрия». Развитие логических представлений и навыков логического мышления осуществляется на протяжении всех лет обучения в основной школе в рамках всех названных курсов. Предполагается, что выпускник основной школы сможет строить высказывания и отрицания высказываний, распознавать истинные и ложные высказывания, приводить примеры и контрпримеры, овладеет понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство — и научится использовать их при выполнении учебных и внеучебных задач.

#### ***Метапредметные:***

- первоначальные представления об идеях и о методах математики как универсальном языке науки и техники, средстве моделирования явлений и процессов; умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, представлять ее в понятной форме, принимать решение в условиях неполной или избыточной, точной и вероятностной информации;

- умение понимать и использовать математические средства наглядности (графики, диаграммы, таблицы, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
- умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач, понимать необходимость их проверки;
- умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;
- понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
- умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;
- умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

***Предметные:***

- овладение базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания, представление об основных изучаемых понятиях (число, геометрическая фигура, уравнение, функция, вероятность) как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать реальные процессы и явления;
- умение работать с математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), грамотно применять математическую терминологию и символику, использовать различные языки математики;
- умение проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;
- умение распознавать виды математических утверждений (аксиомы, определения, теоремы и др.), прямые и обратные теоремы;
- развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел, овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений;
- овладение символьным языком алгебры, приемами выполнения тождественных преобразований рациональных выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств, умение использовать идею координат на плоскости для интерпретации уравнений, неравенств, систем, умение применять алгебраические преобразования, аппарат уравнений и неравенств для решения задач из различных разделов курса;
- овладение системой функциональных понятий, функциональным языком и символикой, умение на основе функционально-графических представлений описывать и анализировать реальные зависимости;
- овладение основными способами представления и анализа статистических данных; наличие представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, о вероятностных моделях;
- овладение геометрическим языком, умение использовать его для описания предметов окружающего мира, развитие пространственных представлений и изобразительных умений, приобретение навыков геометрических построений;
- усвоение систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, а также на наглядном уровне – о простейших пространственных телах, умение применять систематические знания о них для решения геометрических и практических задач;
- умение измерять длины отрезков, величины углов, использовать формулы для нахождения периметров, площадей и объемов геометрических фигур;
- умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, калькулятора, компьютера.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

### Раздел 1. Выражения и их преобразования

#### *Разложение многочлена на множители.*

Определение понятия многочлен. Способ группировки. Теорема о разложении многочлена на множители. Применение формул сокращенного умножения.

#### *Сокращение дробей*

Применение основного свойства дроби. Правила выполнения сокращения дробей.

#### *Преобразование рациональных выражений*

Сложение рациональных дробей с разными и одинаковыми знаменателями. Вычитание рациональных дробей с разными и одинаковыми знаменателями. Умножение и деление рациональных дробей.

### Раздел 2. Функции

*Графики элементарных функций.* Построение графиков элементарных функций. Формулы элементарных функций. Преобразование графиков элементарных функций.

*Линейная функция* (кусочная функция)

*Квадратичная функция* (парабола). Модуль

*Обратная пропорциональность* (гипербола). Модуль

### Раздел 3. Уравнения и системы уравнений

#### *Решение целых уравнений. Решение биквадратных уравнений*

Определение целого уравнения, биквадратного уравнения. Алгоритм решения целого уравнения. Алгоритм решения биквадратного уравнения.

#### *Решение дробно-рациональных уравнений*

Определение дробно-рационального уравнения. Способы решения дробно-рациональных уравнений.

#### *Решение систем уравнений методом расщепления, сложения, подстановки.*

Определение системы уравнений. Различные способы решения систем уравнений. Способ сложения. Способ подстановки. Способ расщепления.

#### *Решение уравнений с параметром. Решение систем уравнений с параметром*

Определение уравнения с параметром. Определение параметра. Примеры решения уравнений с параметром. Определение системы уравнения с параметром. Примеры решения систем уравнений с параметром.

### Раздел 4. Неравенства

#### *Решение линейных неравенств.*

Определение линейного неравенства. Свойства линейных неравенств. Алгоритм решения линейного неравенства.

*Решение дробно-рациональных систем неравенств и неравенств, содержащих квадратный корень.*

Определение дробно-рационального неравенства. Способ решения систем дробно-рациональных неравенств и неравенств, содержащих квадратный корень.

#### *Нахождение области определения выражения.*

Определения понятия область определения выражения. Примеры нахождения области определения выражения.

#### *Решение систем неравенств с параметром*

Примеры решения систем неравенств с параметром.

### Раздел 5. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

*Решение задач с применением формул n-го члена арифметической и геометрической прогрессии.*

Определение арифметической и геометрической прогрессий. Формулы  $n$ -го члена арифметической и геометрической прогрессий. Применение формул при решении задач.

***Решение задач с применением формулы суммы первых  $n$  членов арифметической и геометрической прогрессий.***

Формулы суммы первых  $n$  членов арифметической и геометрической прогрессии. Применение формул при решении задач.

***Применение уравнений и неравенств при решении задач на прогрессии.***

Примеры решения задач на арифметическую и геометрическую прогрессии с применением неравенств и уравнений.

## **Раздел 6. Текстовые задачи**

***Решение задач на движение***

Уравнения движения. Движение по реке. Движение в одном направлении. Движение в противоположных направлениях.

***Решение задач на проценты***

Нахождение процента от числа. Нахождение числа по его процентам.

***Решение задач на сплавы и смеси***

Определение состава твердого вещества, раствора, сплава. Нахождение процентного содержания нужного элемента.

***Решение задач на работу.***

Явная работа. Неявная работа.

***Решение задач на составление систем уравнений***

Анализ условия задачи. Выделение условий, необходимых при составлении системы уравнений. Объединений условий в систему уравнений.

## **Раздел 7. Элементы комбинаторики**

***Решение комбинаторных задач***

Решение задач на перестановки. Решение задач на размещение. Решение задач на сочетание.

## **Раздел 8. Геометрия**

Геометрическая задача на вычисления.

Геометрическая задача на доказательство

Геометрическая задача повышенной трудности



### 3. ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

<b>№ п/п</b>	<b>Содержание</b>	<b>Количество часов</b>	<b>Количество диагностических работ</b>
<b>1</b>	Выражения и их преобразования	<b>2</b>	
<b>2</b>	Функции	<b>5</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	Уравнения и системы уравнений	<b>4</b>	
<b>4</b>	Неравенства	<b>5</b>	<b>1</b>
<b>5</b>	Арифметическая и геометрическая прогрессии.	<b>3</b>	
<b>6</b>	Текстовые задачи	<b>5</b>	
<b>7</b>	Элементы комбинаторики	<b>3</b>	<b>1</b>
<b>8</b>	Геометрия	<b>5</b>	
<b>9</b>	Решение тестовых заданий	<b>2</b>	
	<b>Всего часов</b>	<b>34</b>	<b>3</b>

### Календарно-тематическое планирование

№ занятия	Наименование разделов и тем	Кол-во часов по плану	По плану	По факту	Скорректированные сроки прохождения	Основные направления воспитательной деятельности
	<b>Раздел 1. Выражения и их преобразования</b>	<b>2</b>				<i>1-7</i>
1	Разложение многочлена на множители. Сокращение дробей	1				
2	Преобразование рациональных выражений	1				
	<b>Раздел 2. Функции</b>	<b>5</b>				<i>1-7</i>
3	Построение графиков функций	1				
4	Построение графиков функций. Линейная функция (кусочная функция)	1				
5	Построение графиков функций. Квадратичная функция (парабола). Модуль	1				
6	Построение графиков функций. Обратная пропорциональность (гипербола). Модуль	1				
7	<i>Диагностическая работа №1</i> по теме «Выражения и их преобразования. Функции»	1				
	<b>Раздел 3. Уравнения и системы уравнений</b>	<b>4</b>				<i>1-7</i>
8	Решение целых уравнений. Решение биквадратных уравнений	1				
9	Решение дробно-рациональных уравнений	1				
10	Решение систем уравнений методом расщепления, сложения, подстановки	1				
11	Решение уравнений с параметром. Решение систем уравнений с параметром	1				
	<b>Раздел 4. Неравенства</b>	<b>5</b>				<i>1-7</i>
12	Решение линейных неравенств. Решение неравенств второй степени	1				
13	Решение дробно-рациональных систем неравенств и неравенств, содержащих квадратный корень	1				
14	Нахождение области определения выражения	1				
15	Решение систем неравенств с параметрами	1				
16	<i>Диагностическая работа №2</i> по теме «Уравнения и системы уравнений. Неравенства»	1				
	<b>Раздел 5. Арифметическая и</b>	<b>3</b>				<i>1-7</i>

	<b>геометрическая прогрессии</b>					
17	Решение задач с применением формул n-го члена арифметической и геометрической прогрессий	1				
18	Решение задач с применением формулы суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессии	1				
19	Применение уравнений и неравенств при решении задач на прогрессии	1				
	<b>Раздел 6. Тестовые задачи</b>	<b>5</b>				<i>1-7</i>
20	Решение задач на движение	1				
21	Решение задач на проценты	1				
22	Решение задач на сплавы	1				
23	Задачи на работу	1				
24	Решение задач на составление систем уравнений	1				
	<b>Раздел 7. Элементы комбинаторики</b>	<b>3</b>				<i>1-7</i>
25	Решение комбинаторных задач	1				
26	Решение комбинаторных задач	1				
27	<i>Диагностическая работа №3</i> по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии. Тестовые задачи. Элементы комбинаторики»	1				
	<b>Раздел 8. Геометрия</b>	<b>5</b>				<i>1-7</i>
28	Геометрическая задача на вычисления	1				
29	Геометрическая задача на вычисления	1				
30	Геометрическая задача на доказательство	1				
31	Геометрическая задача на доказательство	1				
32	Геометрическая задача повышенной трудности	1				
<b>33-34</b>	<b>Решение тестовых заданий (итоговое тестирование)</b>	<b>2</b>				

**Задания к рабочей программе курса внеурочной деятельности «Математика. ОГЭ»,  
9класс.**

**Раздел 1. Выражения и их преобразования**

*Задание 1. Сократите дробь:*

1)  $\frac{100^n}{5^{2n-1} \cdot 4^{n-2}}$       3)  $\frac{18^n}{3^{3n-1} \cdot 2^{n-2}}$

2)  $\frac{50^n}{5^{2n-1} \cdot 2^{n-3}}$       4)  $\frac{48^n}{4^{2n-1} \cdot 3^{n-3}}$

*Задание 2. Найдите значение выражения при данном условии:*

1)  $31a - 4b + 55$ , если  $\frac{a - 4b + 7}{4a - b + 7} = 8$

2)  $19a - 7b + 12$ , если  $\frac{5a - 8b + 2}{8a - 5b + 2} = 3$

3)  $41a - 11b + 15$ , если  $\frac{4a - 9b + 3}{9a - 4b + 3} = 5$

4)  $25a - 5b + 22$ , если  $\frac{3a - 7b + 6}{7a - 3b + 6} = 4$

*Задание 3. Сократите дробь:*

1)  $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$ , если  $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right)\left(3b + \frac{1}{b}\right)$

2)  $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$ , если  $p(b) = \left(b + \frac{5}{b}\right)\left(5b + \frac{1}{b}\right)$

3)  $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$ , если  $p(b) = \left(b + \frac{10}{b}\right)\left(10b + \frac{1}{b}\right)$

**Раздел 2. Функции**

*I) Линейная функция*

1. Постройте график функции  $y = \begin{cases} x - 2,5, & \text{если } x < 2, \\ -x + 1,5, & \text{если } 2 \leq x \leq 3, \\ x - 5, & \text{если } x > 3. \end{cases}$  Определите, при

каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

2. Постройте график функции  $y = \begin{cases} 4x - 5, & \text{если } x < 1, \\ -2,5x + 5, & \text{если } 1 \leq x \leq 4, \\ x - 9, & \text{если } x > 4. \end{cases}$  Определите,

при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

3. Постройте график функции  $y = \begin{cases} 3x - 3, & \text{если } x < 2, \\ 3x - 3, & \text{если } 2 \leq x \leq 3, \\ 3x - 3, & \text{если } x > 3. \end{cases}$  Определите,

8. Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2 - 10x + 25, & \text{если } x \geq 4, \\ x - 2, & \text{если } x < 4. \end{cases}$  Определите,

при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

15. Постройте график функции  $y = |x^2 - 16|$ . Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?\*

17. Постройте график функции  $y = |x^2 + x - 2|$ . Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

23. Постройте график функции  $y = x|x| - |x| - 5x$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

31. Постройте график функции  $y = |x|(x-1) - 5x$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

39. Постройте график функции  $y = x^2 - |2x+1|$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.

47. Постройте график функции  $y = x^2 + 3x - 3|x+2| + 2$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.

59. Постройте график функции  $y = \frac{(0,5x^2 - x)|x|}{x-2}$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  не имеет с графиком ни одной общей точки.

67. Постройте график функции  $y = \frac{(x^2+1)(x-2)}{2-x}$ . Определите, при каких значениях параметра  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

III) Обратная пропорциональность (гипербола). Модуль

75. Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{если } x \geq -1, \\ -\frac{4}{x}, & \text{если } x < -1. \end{cases}$  Определите, при

каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком одну общую точку.

81. Постройте график функции  $y = 3 - \frac{x+2}{x^2+2x}$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  не имеет с графиком общих точек.

89. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right| + \frac{x}{2} + \frac{2}{x} \right)$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

97. Постройте график функции  $y = \frac{4x-5}{4x^2-5x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

105. Постройте график функции  $y = \frac{|x|-1}{|x|-x^2}$ . Определите, при каких

### Раздел 3. Уравнения и системы уравнений

Задание 1. Решите уравнение:

1)  $x^3 + 5x^2 - 16x - 80 = 0$

2)  $x^3 + 8x^2 = x + 8$

3)  $x^2 - 2x + \sqrt{7-x} = \sqrt{7-x} + 48$

4)  $x(x^2 + 10x + 25) = 14(x + 5)$

5)  $(x-3)(x^2 + 14x + 49) = 11(x+7)$

6)  $(x^2 - 16)^2 + (x^2 + 3x - 28)^2 = 0$

7)  $\frac{1}{x^2} + \frac{6}{x} - 40 = 0$

8)  $\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{7}{x-3} - 18 = 0$

9)  $(x+5)^4 + (x+5)^2 - 12 = 0$

10)  $x^4 = (x-42)^2$

Решите уравнение  $x^6 = -(3-4x)^3$ .

Задание 2. Решите уравнение:

1)  $(4x-9)^2(x-3) = (4x-9)(x-3)^2$

2)  $(x-1)(x+7)(x-8) = (x-1)(x-8)(x+11)$

3)  $(x+3)^3 = 9(x+3)$

4)  $4x^2 - 7x + 13 = (x+3)^2$

5)  $x^6 = (11x-18)^3$

6)  $x^3 = 4x^2 + 21x$

7)  $(x-5)^2(x-2) = 4(x-5)$

Задание 3. Решите систему уравнений:

1)  $\begin{cases} 3x^2 - 8x = y, \\ 9x - 24 = y. \end{cases}$

2)  $\begin{cases} 7x^2 + y = 14, \\ 2x^2 - y = 22. \end{cases}$

3)  $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 59, \\ 10x^2 + 5y^2 = 59x. \end{cases}$

Задание 4. Решите систему уравнений:

1)  $\begin{cases} (3x+7y)^2 = 10y, \\ (3x+7y)^2 = 10x. \end{cases}$

3)  $\begin{cases} x^2 + y = 7, \\ 2x^2 - y = 20. \end{cases}$

5)  $\begin{cases} (x-5)(y-8) = 0, \\ \frac{y-6}{x+y-11} = 4. \end{cases}$

2)  $\begin{cases} y - 2x = 2, \\ x^2 + 2xy - y^2 = 8. \end{cases}$

4)  $\begin{cases} x - 3y = 7, \\ \frac{x}{5} + \frac{y+4}{4} = -1. \end{cases}$

6)  $\begin{cases} x^2 = 7y - 3, \\ x^2 + 19 = 7y + y^2. \end{cases}$

Решите систему уравнений  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 82, \\ xy = 9. \end{cases}$

### Раздел 4. Неравенства

Задание 1. Решите неравенство:

1)  $\frac{-21}{(x+6)^2 - 10} \geq 0$

2)  $(x-7)^2 < \sqrt{11}(x-7)$

Решите неравенство  $-\frac{31}{x^2 - 3x - 10} \geq 0$ .

Задание 2. Решите неравенство:

1)  $(4x+1)(x-2) > -5$

4)  $\frac{-17}{x^2 + 2x - 3} \leq 0$

2)  $(x-6)^2 \geq (6x-1)^2$

5)  $\frac{x^2}{4} < \frac{4x-5}{3}$

3)  $x^2(-x^2 - 16) \leq 100(-x^2 - 16)$

Задание 3. Решите систему неравенств:

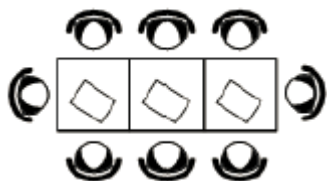
$$1) \begin{cases} 2(3x+5) - 7(2x+3) > 3x, \\ (x-4)(x+7) < 0. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{8-x}{4+(1-5x)^2} \geq 0, \\ 3-7x \leq 23-2x. \end{cases}$$

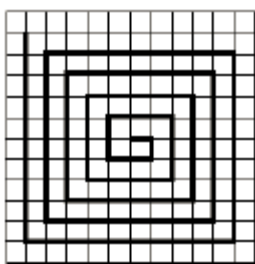
### Раздел 5. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Задание 1.

- 1) В амфитеатре 13 рядов. В первом ряду 22 места, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест в одиннадцатом ряду амфитеатра?
- 2) При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на  $7^\circ\text{C}$ . Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 5 минут после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла  $-7^\circ\text{C}$ .
- 3) В амфитеатре 16 рядов, причём в каждом следующем ряду на одно и то же число мест больше, чем в предыдущем. В четвёртом ряду 23 места, а в восьмом ряду 35 мест. Сколько мест в последнем ряду амфитеатра?
- 4) В амфитеатре 14 рядов. В первом ряду 16 мест, а в каждом следующем на 2 места больше, чем в предыдущем. Сколько всего мест в амфитеатре?
- 5) Камень бросают в глубокое ущелье. При этом в первую секунду он пролетает 11 метров, а в каждую следующую секунду на 10 метров больше, чем в предыдущую, до тех пор, пока не достигнет дна ущелья. Сколько метров пролетит камень за первые четыре секунды?



- 6) В кафе есть только квадратные столики, за каждый из которых могут сесть 4 человека. Если сдвинуть два квадратных столика, то получится стол, за который могут сесть 6 человек. На рисунке изображён случай, когда сдвинули 3 квадратных столика вдоль одной линии. В этом случае получился стол, за который могут сесть 8 человек. Сколько человек может сесть за стол, который получится, если сдвинуть 24 квадратных столика вдоль одной линии?



- 7) На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  нарисована «змейка», представляющая из себя ломаную, состоящую из чётного числа звеньев, идущих по линиям сетки. На рисунке изображён случай, когда последнее звено имеет длину 10. Найдите длину ломаной, построенной аналогичным образом, последнее звено которой имеет длину 190.
- 8) У Тани есть теннисный мячик. Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока мячик подлетел на высоту 360 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в три раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит мячик, станет меньше 15 см?
- 9) У Яны есть попрыгунчик (каучуковый шарик). Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока попрыгунчик подлетел на высоту 240 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в два раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит попрыгунчик, станет меньше 5 см?

10) В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 160 мг. Найдите массу изотопа через 28 минут. Ответ дайте в миллиграммах.

11) В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 18 мг. За каждые 20 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 60 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

12) В ходе бета-распада радиоактивного изотопа А каждые 7 минут половина его атомов без потери массы преобразуются в атомы стабильного изотопа Б. В начальный момент масса изотопа А составляла 480 мг. Найдите массу образовавшегося изотопа Б через 35 минут. Ответ дайте в миллиграммах.

*Задание 2.* Последовательность задана условиями:

1)  $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 4$ . Найдите  $a_6$ .      7)  $b_1 = 4, b_{n+1} = -2 \cdot \frac{1}{b_n}$ . Найдите  $b_3$ .

*Задание 2.* Выписаны первые три члена арифметической прогрессии:

1)  $-6; 1; 8; \dots$  Найдите 6-й член этой прогрессии.

*Задание 3.* Выписаны первые три члена арифметической прогрессии:

1)  $-1; 2; 5; \dots$  Найдите сумму первых пяти её членов.

*Задание 4.* Дана арифметическая прогрессия  $(a_n)$ , разность которой равна

1)  $4,3, a_1 = -8,2$ . Найдите  $a_3$ .      4)  $-5,3, a_1 = -7,7$ . Найдите  $a_7$ .

*Задание 5.* Дана арифметическая прогрессия  $(a_n)$ , разность которой равна

1)  $5,1$  и  $a_1 = -0,2$ . Найдите сумму первых семи её членов.

*Задание 6.* Дана арифметическая прогрессия  $(a_n)$  задана условиями:

1)  $a_1 = 43, a_{n+1} = a_n + 5$ . Найдите сумму первых семи её членов.

*Задание 7.* Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии. Найдите член прогрессии, обозначенный буквой  $x$ .

1)  $\dots; 11; x; 19; 23; \dots$     3)  $\dots; -9; x; -13; -15; \dots$     5)  $\dots; 7; x; 13; 16; \dots$

*Задание 8.* Найдите разность арифметической прогрессии  $(a_n)$ , в которой

1)  $a_3 = 6,9, a_{16} = 26,4$     3)  $a_3 = -21,4, a_{13} = -40,4$     5)  $a_9 = -22,2, a_{23} = -41,8$

*Задание 9.* Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

1)  $-84; 42; -21; \dots$  Найдите её пятый член.

*Задание 10.* Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

1)  $7; -35; 175; \dots$  Найдите сумму первых четырёх её членов.

*Задание 11.* Геометрическая прогрессия задана условиями:

1)  $b_1 = -2, b_{n+1} = 2b_n$ . Найдите  $b_7$ .      4)  $b_1 = 3, b_{n+1} = 4b_n$ . Найдите  $b_4$ .

*Задание 12.* Геометрическая прогрессия задана условиями:

1)  $b_1 = -7, b_{n+1} = 3b_n$ . Найдите сумму первых пяти её членов.

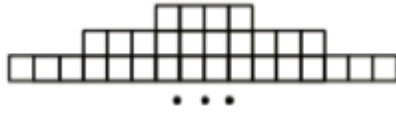
*Задание 13.* Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии. Найдите член прогрессии, обозначенный буквой  $x$ .

1)  $\dots; 189; x; 21; 7; \dots$     3)  $\dots; 1,5; x; 24; -96; \dots$     5)  $\dots; -1; x; -49; -343; \dots$

*Задание 14.* 1) В первом ряду кинозала 50 мест, а в каждом следующем на 1 больше, чем в предыдущем. Сколько мест в седьмом ряду?

*Задание 15.* 1) Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 4200 рублей, а за каждый следующий метр будет платить на 1300 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 11 метров?





Задание 16.

1) В каждой следующей строке на 6 квадратов больше, чем в предыдущей. Сколько квадратов в 53-й строке?

Фигура составляется из квадратов так, как

## Раздел 6. Тестовые задачи

### I) Движение по прямой

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 60 км. На следующий день он отправился обратно в А, увеличив скорость на 10 км/ч. По пути он сделал остановку на 3 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В.

### II) Движение по прямой (навстречу)

1. Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 36 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 82 км, скорость первого велосипедиста равна 28 км/ч, скорость второго – 10 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

### III) Движение по прямой (вдогонку)

2. Два автомобиля одновременно отправляются в 560-километровый пробег. Первый едет со скоростью, на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.
3. Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 6 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 56 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 45 км/ч.

### IV) Движение по окружности (замкнутой трассе)

4. Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 4 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошёл первый круг 18 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 10 км/ч меньше скорости второго.

### V) Средняя скорость

5. Первые 450 км автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, следующие 230 км – со скоростью 115 км/ч, а последние 120 км – со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.
6. Первые 2 часа автомобиль ехал со скоростью 70 км/ч, следующие 3 часа – со скоростью 60 км/ч, а последние 5 часов – со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

### VI) Движение протяженных тел

7. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 75 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего параллельно путям со скоростью 3 км/ч навстречу поезду, за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

### VII) Движение по воде

8. Баржа прошла по течению реки 56 км и, повернув обратно, прошла ещё 54 км, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.
9. Расстояние между пристанями А и В равно 72 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошёл 33 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.
10. Моторная лодка прошла против течения реки 72 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.
11. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 210 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 9 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 27 часов после отплытия из него.

### *VIII) Проценты*

12. Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 81% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 83% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?
13. Свежие фрукты содержат 78% воды, а высушенные – 22%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 22 кг высушенных фруктов?
14. Свежие фрукты содержат 79% воды, а высушенные – 16%. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?

### *IX) Работа*

15. Первый рабочий за час делает на 13 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 208 деталей, на 8 часов быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?
16. Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 260 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба?
17. Три бригады изготовили вместе 266 деталей. Известно, что вторая бригада изготовила деталей в 4 раза больше, чем первая и на 5 деталей меньше, чем третья. На сколько деталей больше изготовила третья бригада, чем первая.
18. Игорь и Паша красят забор за 5 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 6 часов, а Володя и Игорь – за 20 часов. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроём?
19. Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает первый рабочий?
20. Первая труба пропускает на 16 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 105 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба?

## **Раздел 7. Элементы комбинаторики**

### *I) Классическое определение вероятности*

1. Петя, Вика, Катя, Игорь, Антон, Полина бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.
2. Саша выбирает случайное трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 4.
3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 3 раза.
4. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало число очков, не большее 3.
5. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало число очков, не меньшее 1.

6. Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что наибольшее из двух выпавших чисел равно 5.
7. Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма двух выпавших чисел равна 7 или 10.
8. Игральную кость бросают 2 раза. Найдите вероятность того, что сумма двух выпавших чисел нечётна.

### *II) Статистическое определение вероятности*

9. Из 1600 пакетов молока в среднем 80 протекают. Какова вероятность того, что случайно выбранный пакет молока не течёт?
10. В каждой десятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Варя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Варя не найдет приз в своей банке.
11. Известно, что в некотором регионе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,512. В 2010 г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем пришлось 477 девочек. Насколько частота рождения девочек в 2010 г. в этом регионе отличается от вероятности этого события?
12. Во время вероятностного эксперимента монету бросили 1000 раз, 449 раз выпала решка. На сколько частота выпадения орла в этом эксперименте отличается от вероятности этого события?

### *III) Формулы для вычисления вероятностей*

13. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Площадь», равна 0,15. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Окружность», равна 0,3. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.
14. Стрелок 3 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок первые 2 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся.
15. Стрелок 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что стрелок первые 2 раза попал в мишени, а последние 2 раза промахнулся.
16. Стрелок 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок первый раз попал в мишени, а последние 4 раза промахнулся.

## **Раздел 8. Геометрия**

### *I. Геометрическая задача на вычисление*

1. Биссектриса угла A параллелограмма ABCD пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 5$ ,  $CK = 14$ .
2. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 15, а одна из диагоналей ромба равна 60. Найдите углы ромба.
3. Высота AH ромба ABCD делит сторону CD на отрезки  $DH = 15$  и  $CH = 2$ . Найдите высоту ромба.
4. Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 20. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.
5. Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 21 и 75. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.
6. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции ABCD пересекаются в точке F. Найдите AB, если  $AF = 24$ ,  $BF = 10$ .
7. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если  $MN = 11$ ,  $AC = 44$ ,  $NC = 18$ .

8. Отрезки  $AB$  и  $DC$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB = 12$ ,  $CD = 48$ ,  $AC = 35$ .
9. Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 9$ ,  $AC = 36$ .
10. Найдите боковую сторону  $AB$  трапеции  $ABCD$ , если углы  $ABC$  и  $BCD$  равны соответственно  $60^\circ$  и  $135^\circ$ , а  $CD = 36$ .
11. Прямая, параллельная основаниям трапеции  $ABCD$ , пересекает её боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите длину отрезка  $EF$ , если  $AD=42$ ,  $BC=14$ ,  $CF:DF=4:3$ .
12. Отрезки  $AB$  и  $CD$  являются хордами окружности. Найдите длину хорды  $CD$ , если  $AB = 24$ , а расстояния от центра окружности до хорд  $AB$  и  $CD$  равны соответственно  $16$  и  $12$ .
13. Точка  $H$  является основанием высоты  $BH$ , проведённой из вершины прямого угла  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Окружность с диаметром  $BH$  пересекает стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$  соответственно. Найдите  $BH$ , если  $PK = 11$ .
14. Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AP = 36$ , а сторона  $BC$  в  $1,8$  раза меньше стороны  $AB$ .
15. Окружность с центром на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  проходит через вершину  $C$  и касается прямой  $AB$  в точке  $B$ . Найдите  $AC$ , если диаметр окружности равен  $16$ , а  $AB = 15$ .
16. Окружность с центром на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  проходит через вершину  $C$  и касается прямой  $AB$  в точке  $B$ . Найдите диаметр окружности, если  $AB = 3$ ,  $AC = 9$ .
17. Углы  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  равны соответственно  $63^\circ$  и  $87^\circ$ . Найдите  $BC$ , если радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен  $11$ .

## *II. Геометрическая задача на доказательство*

1. Через точку  $O$  пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$  проведена прямая, пересекающая стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Докажите, что отрезки  $AE$  и  $CF$  равны.
2. Сторона  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $CD$ . Точка  $M$  – середина стороны  $AD$ . Докажите, что  $CM$  – биссектриса угла  $BCD$ .
3. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , лежащей на стороне  $CD$ . Докажите, что  $M$  – середина  $CD$ .
4. Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , лежащей на стороне  $BC$ . Докажите, что точка  $M$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $AD$  и  $CD$ .
5. Внутри параллелограмма  $ABCD$  выбрали произвольную точку  $E$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BEC$  и  $AED$  равна половине площади параллелограмма.
6. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что площади треугольников  $AOB$  и  $COD$  равны.
7. На средней линии трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  выбрали произвольную точку  $E$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BEC$  и  $AED$  равна половине площади трапеции.
8. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно  $4$  и  $64$ ,  $BD=16$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.
9. Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AD$  и  $BC$  четырёхугольника пересекаются в точке  $K$ . Докажите, что треугольники  $KAB$  и  $KCD$  подобны.
10. В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $BAC$  проведены высоты  $BB_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что треугольники  $AB_1C_1$  и  $ABC$  подобны.
11. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $DAC$  и  $DBC$  равны. Докажите, что углы  $CDB$  и  $CAB$  также равны.
12. Окружности с центрами в точках  $P$  и  $Q$  пересекаются в точках  $K$  и  $L$ , причём точки  $P$  и  $Q$  лежат по одну сторону от прямой  $KL$ . Докажите, что прямые  $PQ$  и  $KL$  перпендикулярны.
13. Окружности с центрами в точках  $P$  и  $Q$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок,

соединяющий их центры, в отношении  $a:b$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $a:b$ .

### III. Геометрическая задача повышенной сложности

1. Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 10 и 26, а основание  $BC$  равно 1. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции
2. Углы при одном из оснований трапеции равны  $77^\circ$  и  $13^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.
3. В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 100, а площадь равна 500, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.
4. В параллелограмме  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$ . Точка  $O$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Расстояния от точки  $O$  до точки  $A$  и прямых  $AD$  и  $AC$  соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .
5. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC = 11$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 3.
6. В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника  $ABC$ .
7. В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведенную из вершины  $B$  в отношении  $5:3$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC = 8$ .
8. В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$  равны соответственно 28 и 4, а сумма углов при основании  $AD$  равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $A$  и  $B$  и касающейся прямой  $CD$ , если  $AB=15$ .
9. В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD=4$ ,  $BC=2$ .
10. Окружности радиусов 4 и 60 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  – на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .
11. В треугольнике  $ABC$  известны длины сторон  $AB=84$ ,  $AC=98$ , точка  $O$  – центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Прямая  $BD$ , перпендикулярная прямой  $AO$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .
12. На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD=49$ ,  $MD=42$ ,  $H$  – точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ .
13. Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC=8$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $129^\circ$  и  $96^\circ$ .
14. Четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB=44$  и  $CD=8$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

### ***Список литературы:***

1. Математика. Основной государственный экзамен. Готовимся к итоговой аттестации: (учебное пособие) А.В.Семенов, А.С. Трепалин, И.В. Яценко, П.И. Захаров, И.Р.Высоцкий, Л.А. Титова; под ред. И.В. Яценко.- Москва : Издательство «Интеллект-Центр», 2021 г., 296 с.
2. ОГЭ-2019. Математика от А до Я. Модульн. курс. Алгебра Яценко 2019 -224с.
3. ОГЭ 2022, Математика,36 вариантов, Типовые тестовые задания от разработчиков ОГЭ, Высоцкий И.Р., Яценко И.В., 2022

### **Список электронных ресурсов:**

1. Сайт Е.Ширяевой <https://www.time4math.ru/oge> Материалы для подготовки к ОГЭ. Распечатай и решай
2. Сайт Д.Гущина <https://oge.sdangia.ru/manual>
3. <http://www.fipi.ru> Открытый банк задач ОГЭ по математике